

Жай итерация әдісі.

Сызықтық тендеулер жүйесінде белгісіздер саны көп болған жағдайда жүйенің түбірлерін табу үшін жуықталған сандық әдістерді қолданған ыңғайлы.

$$AX = b \quad (1)$$

сызықтық тендеулер жүйесі берілсін және $a_{ii} \neq 0 \ (i = \overline{1, n})$ деп ұйғарайық

Берілген (1) жүйені нормаль (келтірілген) жүйеге келтірейік

[illegible]

МҮНДАҒЫ

$$d_i = \frac{b_i}{a_{ii}}, \quad C_{ij} = -\frac{a_{ij}}{a_{ii}}, \text{ егер } (i \neq j);$$

$$C_{ij} = 0, \text{ егер } i = j \quad (i, j = 1, 2, \dots, n).$$

Бастапқы жуықтау ретінде бос мүшелерді аламыз

$$\chi^{(0)} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \dots \\ d_n \end{pmatrix}.$$

Жалпы алғанда (2) жүйеден $(k + 1)$ -ші жуықтау келесі формулалар арқылы табылады

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = d_1 + C_{12}x_2^{(k)} + C_{13}x_3^{(k)} + \dots + C_{1n}x_n^{(k)} \\ x_2^{(k+1)} = d_2 + C_{21}x_1^{(k)} + C_{23}x_3^{(k)} + \dots + C_{2n}x_n^{(k)} \\ \vdots \\ x_n^{(k+1)} = d_n + C_{n1}x_1^{(k)} + C_{n2}x_2^{(k)} + \dots + C_{nn}x_n^{(k)} \end{cases} \quad (3)$$

Егер келесі шарттардың ең болмағанда біреуі орындалса

$$\sum_{j=1}^n |C_{ij}| < 1 \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (4)$$

HeMece

$$\sum_{i=1}^n |C_{ij}| < 1 \quad (j=1,2,\dots,n). \quad (5)$$

онда (3) итерация процесі бастапқы жуықтауды таңдауға тәуелсіз осы жүйенің жалғыз шешіміне жинақталады, яғни

$$x = \lim_{k \rightarrow \infty} x^{(k)}.$$

Итерация процесін

$$\left| x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)} \right| < \varepsilon, \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (6)$$

болғанда тоқтатамыз, мұнда $\varepsilon > 0$ қандайда бір аз шама.

Зейдель әдісі.

(2)-ші келтірілген сызықтық тендеулер жүйесі берілсін. Түбірдің бастапқы жуықтауын еркін түрде таңдаймыз. Зейдель әдісі бойынша түбірдің $k+1$ жуықтауын келесі формула бойынша есептейміз

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1^{(k+1)} = d_1 + C_{12}x_2^{(k)} + C_{13}x_3^{(k)} + C_{14}x_4^{(k)} + \dots + C_{1n}x_n^{(k)} \\ x_2^{(k+1)} = d_2 + C_{21}x_1^{(k+1)} + C_{23}x_3^{(k)} + C_{24}x_4^{(k)} + \dots + C_{2n}x_n^{(k)} \\ x_3^{(k+1)} = d_3 + C_{31}x_1^{(k+1)} + C_{32}x_2^{(k+1)} + C_{34}x_4^{(k)} + \dots + C_{3n}x_n^{(k)} \\ \vdots \\ x_n^{(k+1)} = d_n + C_{n1}x_1^{(k+1)} + C_{n2}x_2^{(k+1)} + C_{n3}x_3^{(k+1)} + \dots + C_{n,n-1}x_{n-1}^{(k)} \end{array} \right.$$

Итерация әдісінде қарастырылған шарттар Зейдель әдісі үшін де тура. Зейдель әдісі итерация әдісіне қарағанда жақсы жинақталады.