

Гаусс әдісі.

Гаусс әдісі белгісіздерді біртіндеп жою негізінде әртүрлі сұлба бойынша іске асырылуы мүмкін. Есептеу сұлбасын қандай да бір нақты мысалда қарастырған ыңғайлы. Сондықтан төртінші ретті теңдеулер жүйесін қарастырайық:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 = a_{15} \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 = a_{25} \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 = a_{35} \\ a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 = a_{45} \end{cases} \quad (1)$$

$a_{ii} \neq 0$ (a_{ii} – бас элемент деп аталады) деп ұйғарайық. Гаусс әдісімен (1) сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесін шешу процесі үшбұрышты теңдеулер жүйесін

$$\begin{cases} x_1 + b_{12}x_2 + b_{13}x_3 + b_{14}x_4 = b_{15} \\ x_2 + b_{23}^{(1)}x_3 + b_{24}^{(1)}x_4 = b_{25}^{(1)} \\ x_3 + b_{34}^{(2)}x_4 = b_{35}^{(2)} \\ b_{44}^{(3)}x_4 = b_{45}^{(3)} \end{cases} \quad (2)$$

күрумен пара-пар. Бас элементтің нөлден өзге болуы Гаусс әдісінің қолданылуының қажетті және жеткілікті шарты болып табылады.

Гаусс әдісінің тура жүрісі- $b_{ij}^{(i-1)}$ коэффициенттерін табу

$$1) \quad b_{1j} = \frac{a_{1j}}{a_{11}}, \quad j = 2, 3, 4, 5,$$

$$2) \quad b_{2j}^{(1)} = \frac{a_{2j}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}, \quad j > 2, \text{ мұнда } a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - a_{i1}b_{1j}, \quad (i, j \geq 2) \\ a_{22}^{(1)} \neq 0,$$

$$3) \quad b_{3j}^{(2)} = \frac{a_{3j}^{(2)}}{a_{33}^{(2)}}, \quad j > 3, \text{ мұнда } a_{ij}^{(2)} = a_{ij}^{(1)} - a_{i2}^{(1)}b_{2j}^{(1)}, \quad (i, j \geq 3)$$

$$4) \quad a_{4j}^{(3)} = a_{4j}^{(2)} - a_{43}^{(2)}b_{3j}^{(2)}, \quad (j = 4, 5).$$

Гаусс әдісінің кері жүрісі – белгісіздердің мәнін есептеу процесі.

Квадрат түбірлер әдісі.

$AX = b$ сызықтық теңдеулер жүйесі берілсін, мұндағы A симметриялы матрица, яғни $a_{ij} = a_{ji}$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$).

Тура жүрісі. A матрицасын өзара транспонирленген екі үшбұрышты матрицаларының көбейтіндісі ретінде жазуға болады

$$A = T' \cdot T, \quad (3)$$

мұндағы

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & \dots & t_{1n} \\ 0 & t_{22} & \dots & t_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & t_{nn} \end{pmatrix}, \quad T' = \begin{pmatrix} t_{11} & 0 & \dots & 0 \\ t_{12} & t_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_{1n} & t_{2n} & \dots & t_{nn} \end{pmatrix}$$

T матрицасының t_{ij} элементтерін анықтау үшін T' және T матрицаларын көбейтіп A матрицасына теңестіреміз.

$$\left. \begin{aligned} t_{11} &= \sqrt{a_{11}}, \quad t_{1j} = \frac{a_{1j}}{t_{11}}, \quad (j > 1) \\ t_{ii} &= \sqrt{a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki}^2}, \quad (1 < i \leq n) \\ t_{ij} &= \frac{a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki} t_{kj}}{t_{ii}}, \quad (i < j) \\ t_{ij} &= 0, \quad (i > j) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(3) қатынас орындалса, (1) теңдеу келесі екі теңдеумен пара-пар

$$T'y = b, \quad Tx = y. \quad (5)$$

Кері жүрісі. (5) теңдеулерді жүйе арқылы жазамыз

$$\begin{cases} t_{11}y_1 = b_1, \\ t_{12}y_1 + t_{22}y_2 = b_2, \\ \dots \\ t_{1n}y_1 + t_{2n}y_2 + \dots + t_{nn}y_n = b_n \end{cases}$$

және

$$\begin{cases} t_{11}x_1 + t_{12}x_2 + \dots + t_{1n}x_n = y_1, \\ t_{22}x_2 + \dots + t_{2n}x_n = y_2, \\ \dots \\ t_{nn}x_n = y_n. \end{cases}$$

Осы жүйелерден біртіндеп у және х мәндерін табамыз:

$$y_1 = \frac{b_1}{t_{11}}, \quad y_i = \frac{b_i - \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki} y_k}{t_{ii}} \quad (i > 1)$$