9-ДӘРІС. ЭЛЕМЕНТАР ФУНКЦИЯЛАР

а) Бүтін сызықтық функция $w = f(z) = az + b$;

б) Бөлшек сызықтық функция $w = f(z) = \dfrac{az+b}{cz+d}$, $(ad - bc \neq 0)$;

в) Бүтін рационал функция $w = f(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_{n-1} z + a_n$;

г) Бөлшекті рационал функция

$$w = f(z) = \frac{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_{n-1} z + a_n}{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \ldots + b_{m-1} z + b_n};$$

д) Көрсеткіштік функция, синус және косинус

$$e^z = 1 + \frac{z}{1!} + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \ldots + \frac{z^n}{n!} + \ldots$$

$$\sin z = z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} - \frac{z^7}{7!} + \ldots + (-1)^{n-1} \frac{z^{2n-1}}{(2n-1)!} + \ldots$$

$$\cos z = 1 - \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} - \frac{z^6}{6!} + \ldots + (-1)^n \frac{z^{2n}}{(2n)!} + \ldots$$

е) Эйлер формулалары

$$e^{iz} = \cos z + i \sin z; \ \cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2};$$

$$e^{-iz} = \cos z - i \sin z; \ \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}.$$

и) Гиперболалық функциялар, олардың тригонометриялық функциялармен байланысы

$$ch\, z = \frac{e^z + e^{-z}}{2} = 1 + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} + \frac{z^6}{6!} + \ldots + \frac{z^{2n}}{(2n)!} + \ldots$$

$$sh\, z = \frac{e^z - e^{-z}}{2} = z + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} + \frac{z^7}{7!} + \ldots + \frac{z^{2n-1}}{(2n-1)!} + \ldots$$

$$\cos z = ch(iz); \ ch\, z = \cos(iz); \ \cos^2 z + \sin^2 z = 1; \ i \sin z = sh(iz);$$

$$i\, sh\, z = \sin(iz); \ ch^2 z - sh^2 z = 1; \ i\, tg\, z = th(iz); \ i\, th\, z = tg(iz).$$

ж) Логарифмдік функция

$$w = Ln\, z = \ln z + 2k\pi i = \ln|z| + i(\arg z + 2k\pi), \ k = \pm 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

з) Кері тригонометриялық және гиперболалық функциялар, олардың логарифммен байланысы

$$Arc\cos z = -i\, Ln(z \pm \sqrt{z^2 - 1}), \quad Arcch\, z = Ln(z \pm \sqrt{z^2 - 1})$$

$$Arc\sin z = -i\, Ln(iz \pm \sqrt{1 - z^2}), \quad Arcsh\, z = Ln(z \pm \sqrt{z^2 + 1})$$

$$Arctg\, z = \frac{1}{2i} Ln \frac{1 + iz}{1 - iz}, \qquad Arcth\, z = \frac{1}{2} Ln \frac{1 + z}{1 - z}.$$